

Домашнее задание 2

Задача 2.1. Найдите без помощи компьютера коэффициент при q^{24640} в q -биномиальном коэффициенте $\begin{bmatrix} 314 \\ 159 \end{bmatrix}_q$.

Задача 2.2. а) Докажите равенство

$$(1+t)(1+t^2)(1+t^3)\cdots = \frac{1}{(1-t)(1-t^3)(1-t^5)\cdots}$$

(в знаменателе показатели - всевозможные нечетные числа).

б) Докажите, что для каждого целого $n > 0$ следующие два числа равны:

- количество наборов целых чисел $(x_1, \dots, x_k)$ (со всевозможными k), в которых $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_k$ и $x_1 + \dots + x_k = n$ и
- количество наборов нечетных чисел $(y_1, \dots, y_k)$ (со всевозможными k), в которых $0 < y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_k$ и $y_1 + \dots + y_k = n$.

Задача 2.3. Изобразите дерево на десяти вершинах, пронумерованных числами от 0 до 9, кодом Прюфера которого являются восемь цифр Вашего дня рождения, записанного в формате DD-MM-YYYY.

Задача 2.4. Положим $\beta(x) = \sum B_n x^{n+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^5}{30} + \dots$, где B_n — числа Бернулли. Вычислите

$$\beta\left(\frac{x}{1-x}\right) - \beta(x).$$

▷ Решение в виде *одного* PDF-файла нужно сдать до **23:59 вторника, 14 июня 2022 г.**

Рекомендуется набирать решение в L^AT_EX'e, хотя разрешается загружать и *разборчивые* сканы или фотографии рукописных листов.

Не забудьте указать в работе ваши имя, фамилию и номер группы.