

Действия групп

Задача 16.1. Найдите все орбиты группы G невырожденных матриц, действующих на векторном пространстве $\mathbb{R}^n$, если G — это:

- а) группа $\mathrm{GL}(n)$ всех невырожденных матриц;
- б) группа $\mathrm{O}(n)$ ортогональных матриц;
- в) группа диагональных матриц;
- г) группа верхнетреугольных матриц.

Задача 16.2. Рассмотрим действие группы $\mathrm{GL}(n)$ на векторном пространстве $\mathbb{R}^n$. Найдите стабилизаторы:

- а) первого базисного вектора e_1 ;
- б) прямой $\langle e_1 \rangle$;
- в) подпространства $\langle e_1, \dots, e_k \rangle$.

Задача 16.3. Опишите классы сопряженности в группах:

- а) S_3 ;
- б) S_4 ;
- в) A_4 ;
- г) D_4 ;
- д) D_n .

Задача 16.4. Найдите централизатор:

- а) перестановки $(12)(34)$ в группе S_4 ;
- б) перестановки $(12 \dots n)$ в группе S_n .

Задача 16.5. Найдите число разных раскрасок граней куба в: а) три цвета; б) n цветов. Раскраски считаются одинаковыми, если их можно совместить, повернув в руках.

Задача 16.6. Имеются одинаковые по форме бусины, раскрашенные в n попарно разных цветов (запас бусин каждого из цветов неограничен). Сколько различных на вид ожерелий можно изготовить из: а) 3; б) 4; в) 7; г) 8; д) 9; е*) k бусин? Ожерелья можно совмещать поворотом, но не переворачивать.