

Силовские подгруппы

- 14.1. Докажите разрешимость групп: а) S_4 ; б) Q_8 ; в) D_n .
- 14.2. Найдите все силовские 2-подгруппы и 3-подгруппы в группах:
а) S_3 ; б) A_4 .
- 14.3. Докажите, что всякая силовская 2-подгруппа в группе S_4 изоморфна группе диэдра D_4 .
- 14.4. Найдите число силовских p -подгрупп в группе A_5 , если p равно:
а) 2; б) 3; в) 5.
- 14.5. Докажите, что силовская 2-подгруппа в $SL_2(\mathbb{F}_3)$:
а) изоморфна группе Q_8 ; б) нормальна в $SL_2(\mathbb{F}_3)$.
- 14.6. Верно ли, что образ силовской p -подгруппы конечной группы при сюръективном гомоморфизме $G \rightarrow H$ является силовской подгруппой в H ?
- 14.7. Докажите, что любая силовская p -подгруппа прямого произведения $A \times B$ является произведением силовских p -подгрупп в A и в B .
- 14.8. Докажите, что всякая группа порядка:
а) 15; б) 35; в) 185; г) 255 коммутативна.
- 14.9. Докажите, что не существует простых групп порядка:
а) 36; б) 80; в) 196.
- 14.10. Пусть P — силовская p -подгруппа конечной группы G , H — нормальная подгруппа.
а) Докажите, что $P \cap H$ является силовской подгруппой в H .
б) Приведите пример, показывающий, что без предположения о нормальности подгруппы H это утверждение неверно.
- 14.11. Опишите все силовские подгруппы в $GL_n(\mathbb{F}_p)$.