Секунда и метр. Время и расстояния можно точно определить независимо от системы счисления даже в СТО (см. предыдущий листок). Конечно же, мы требуем, чтобы метр и секунда во всех системах отсчёта были «одинаковыми». Также мы будем требовать, чтобы сохранялось направление течения времени (например, следя за тем, чтобы распад частицы оставался распадом).

Опыты Майкельсона–Морли и Кеннеди–Торндайка показали, что скорость света «почти» не зависит от системы отсчёта. Если быть точнее, то было установлено, что скорости света во всех направлениях в двух системах отсчёта, двигающихся относительно друг друга со скоростью 60 км/с, отличаются не более, чем на 2 м/с. Позднее, постоянство скорости света было проверено множеством различных способов и с куда большей точностью.

Таким образом возникает основной постулат СТО: скорость света постоянна во всех системах отсчёта. Скорость света обозначается через c. ($c \approx 299\,792,458$ м/с) Преобразование пространства-времени $\mathbb{R}^4$, сохраняющие 1 метр, 1 секунду и скорость света называются преобразованиями *Лоренца.* Предполагается, что ничто не способно двигаться в пространстве-времени быстрее, чем со скоростью света.

Для удобства будем измерять время в метрах$_в$ (и писать м$_в$). м$_в$— время, за которое свет пролетает один метр. Это удобно потому, что скорость света становится равной 1 м/ м$_в$. Преобразования координат между инерциальными системами отсчёта в СТО называются *преобразованиями Лоренца.*

Одномерный мир

Задача 1. (*Парадокс поезда*) Пусть на поезде, движущемся со скоростью, близкой к скорости света (такой поезд, видимо, стоит ожидать раньше всего в Японии (если где-нибудь ещё не научатся значительно влиять на скорость света)), едут три человека: A в голове, O — в середине и B — в хвосте поезда. На земле около пути стоит четвёртый человек O'. В тот самый момент, когда O проезжает мимо O', сигналы ламп от A и B достигают O и O'. Покажите, что на вопрос«Кто раньше включил фонарь?» наблюдатели O и O' дадут различные ответы.

Задача 2. Найдите все возможные мировые линии света в одномерном мире $\mathbb{R}^2$.

Задача 3. Изобразите в $\mathbb{R}^2$ и $\mathbb{R}^3$ множество точек: **а)** в которые можно попасть из данной (это множество называется *конусом будущего);* **б)** в которые можно посветить из данной; **в)** из которых можно попасть в данную (*конус прошлого).* Какой физический смысл конуса будущего и прошлого?

Задача 4. Преобразования Лоренца будучи аффинным имеют вид $f\begin{pmatrix}x\\t\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a & b\\c & d\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\t\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}x_0\\t_0\end{pmatrix}$.

а) Покажите, что $|a+b| = |c+d|$ и $|b-a| = |d-c|$;
б) Покажите, что матрица $A = \left(\begin{smallmatrix}a & b\\c & d\end{smallmatrix}\right)$ имеет вид либо $\left(\begin{smallmatrix}\alpha & \beta\\\beta & \alpha\end{smallmatrix}\right)$, либо $\left(\begin{smallmatrix}-\alpha & -\beta\\\beta & \alpha\end{smallmatrix}\right)$;
в) Покажите, что определитель матрицы A должен быть равен ± 1;
г) Покажите, что $\alpha = \operatorname{ch}\varphi$, а $b = \operatorname{sh}\varphi$ для некоторого φ. Число φ называется при этом *параметром скорости* или *быстротой.*

Задача 5. Фраза «перейти в систему отсчёта ракеты» означает перейти в такую систему отсчёта, в которой мировая линия ракеты является прямой $(0,t), t \in \mathbb{R}$.
а) Преобразование координат для перехода в систему отсчёта ракеты задаётся матрицей $\left(\begin{smallmatrix}\operatorname{ch}\varphi & \operatorname{sh}\varphi\\\operatorname{sh}\varphi & \operatorname{ch}\varphi\end{smallmatrix}\right)$. С какой скоростью летит ракета? **б)** Ракета движется в системе отсчёта лаборатории со скоростью u. Найдите преобразование, позволяющее перейти в систему отсчёта ракеты, а также преобразование, которое позволяет из системы отсчёта ракеты перейти в систему отсчёта лаборатории.

Задача 6. (*Эффект Допплера*) Ракета движется в системе отсчёта лаборатории со скоростью u. Каждую секунду в точке с координатой 0 в лаборатории моргает лампочка. С каким интервалом на ракете наблюдаются вспышки?

Задача 7. **а)** Докажите, что для любой пары различных событий найдётся ракета, в системе которой события либо одновременны (говорят, что интервал между ними *пространственноподобный),* либо происходят в одной и той же точке пространства (интервал временноподобный), либо принадлежат мировой линии света (интервал *светоподобный).*
б) Пускай одно из событий находится в начале координат. Найдите множество точек пространства-времени, для которых интервал пространственно-, временно- и светоподобный.

Задача 8. В системе отсчёта лаборатории два события происходят одновременно **а)** в одной и той же точке; **б)** в разных точках. В каких ещё системах отсчёта эти события также будут одновременными?
в) Докажите, что для любых событий, соединяемых пространственноподобным интервалом, найдётся две ракеты такие, что в системе одной первое событие происходит раньше, а в системе другой — наоборот.

1	2	3 а	3 б	3 в	4 а	4 б	4 в	4 г	5 а	5 б	6	7 а	7 б	8 а	8 б	8 в