

**Задача 1.** График  $f$  изображён на рис. 1. Нарисуйте графики функций:

- $$\begin{aligned} \text{а)} \quad & 2f(x); \quad \text{б)} \quad f(2x); \quad \text{в)} \quad f(x+2); \quad \text{г)} \quad f(x)+2; \quad \text{д)} \quad f(-x); \quad \text{е)} \quad f(|x|); \\ \text{ж)} \quad & |f(-|x|)|; \quad \text{з)} \quad 1-2f(x); \quad \text{и)} \quad f\left(\frac{1}{2}x-3\right); \quad \text{к)} \quad 3-2f(3-2x); \\ \text{л)} \quad & 1-\left|f\left(\frac{1-|x|}{3}\right)\right|; \quad \text{м)} \quad \frac{1}{f(x)}. \end{aligned}$$

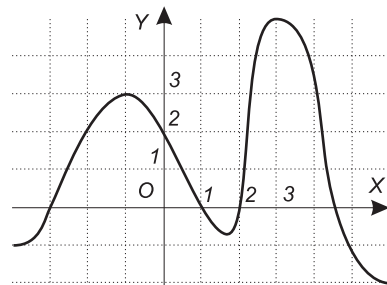


Рис. 1. График  $y = f(x)$

**Задача 2.** Выразите функцию  $g$  через функцию  $f$ , если известно, что график  $g$  получается из графика  $f$

- а) параллельным переносом на вектор  $(3, 5)$ ;  
б) сжатием в 2 раза к оси  $OY$ ;  
в) симметрией относительно оси  $OX$ ;  
г) симметрией относительно прямой  $x = 3$ ;  
д) растяжением в 3 раза от прямой  $y = -1$ ;  
е) центральной симметрией относительно начала координат;  
ж) гомотетией с коэффициентом 2 относительно начала координат;  
з) гомотетией с коэффициентом  $-1/3$  относительно точки  $(-3, 2)$ .

**Задача 3.** Постройте графики: а)  $\sin(1/x)$ ; б)  $x \sin(1/x)$ ; в)  $\cos^2 x$ ; г)  $\sqrt{\cos x}$ .

**Определение 1.** Функция  $f$  определена на множестве  $A \subseteq \mathbb{R}$  и принимает значения в множестве  $B \subseteq \mathbb{R}$ . Если найдётся функция  $g$ , которая определена на множестве  $B$ , принимает значения в множестве  $A$  и  $g(f(x)) = x$  для всех  $x \in A$ ,  $f(g(y)) = y$  для всех  $y \in B$ , то  $g$  называют *обратной* к функции  $f$ . Обозначение:  $g = f^{-1}$ .

**Задача 4.** Докажите, что графики  $y = f(x)$  и  $y = f^{-1}(x)$  симметричны относительно прямой  $y = x$ .

**Задача 5.** Найдите обратную к функции

- а)  $2x+3$ ; б)  $x^3$ ; в)  $1/x$ ; г)  $x^3+1$ ; д)  $x/(1+x)$ ; е)  $\sqrt{1-x^2}$ ,  $x \geq 0$ .

**Задача 6.** Нарисуйте кривые:

- а)  $x^2 = y^2$ ; б)  $x^2y - xy^2 = x - y$ ; в)  $4x^2 + 9y^2 = 36$ ; г)  $16x^2 - 25y^2 = 400$ .

**Задача 7.** Нарисуйте кривые:

- а)  $y^2 = x^3$ ; б)  $y = 1 + x^3$ ; в)  $y^2 = 1 + x^3$ ; г)  $y^2 = x + x^3$ ; д)  $y^2 = x^2 + x^3$ .

**Задача 8.** Кривая на рис. 2 задана уравнением  $\Phi(x, y) = 0$ . Нарисуйте кривые:

- а)**  $\Phi(x+2, y-1) = 0$ ; **б)**  $\Phi(y, x) = 0$ ; **в)**  $\Phi(-x, -y) = 0$ ; **г)**  $\Phi(2x, y) = 0$ ;  
**д)**  $\Phi\left(\frac{x}{2}, 2y\right) = 0$ ; **е)**  $\Phi(|y|, x) = 0$ ; **ж)**  $\Phi(x+y, x-y) = 0$ .

**Задача 9.** Задайте уравнением кривую, получающуюся из кривой  $\Phi(x, y) = 0$

- а) сдвигом на вектор  $(-2, 3)$ ;
- б) растяжением в 2 раза от оси  $OX$ ;
- в) симметрией относительно  $OY$ ;
- г) симметрией относительно прямой  $y = 2$ ;
- д) центральной симметрией относительно начала координат;
- е) гомотетией с коэффициентом 2 относительно начала координат;
- ж) поворотом на  $45^\circ$  вокруг точки  $O$ ;
- з) сжатием в 3 раза к прямой  $x = 1$ ;
- и) гомотетией с коэффициентом  $-1/3$  относительно точки  $(1, -1)$ .

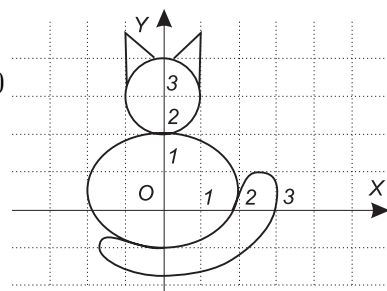


Рис. 2. Кривая  $\Phi(x, y) = 0$

**Задача 10\*.** Найдите уравнение, задающее

- а)** гиперболу  $y = 1/x$ , сдвинутую и повёрнутую так, что её центр находится в точке  $(-5, 2)$ , а асимптоты составляют углы в  $45^\circ$  с  $OX$ ;
- б)** параболу  $y = x^2$ , сдвинутую и повёрнутую так, что её вершина находится в точке  $(-1, -1)$ , а ось идёт под углом  $45^\circ$  к  $OX$ .

[illegible]