

Задача 1. Нарисуйте: **а)** $\{z \in \mathbb{C} \mid 2 \geq |z - i|\}$; **б)** $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(\frac{1}{z}) = 1\}$; **в)** $\{\frac{1+ti}{1-ti} \mid t \in \mathbb{R}\}$.

Задача 2. Даны два комплексных числа a и b . Опишите множество таких $z \in \mathbb{C}$, что $(z - a)/(z - b)$

а) вещественное число;

б) чисто мнимое число.

в) Какое множество точек задается уравнением $(z - a)(\bar{z} - \bar{b}) = (z - b)(\bar{z} - \bar{a})$?

Задача 3. Опишите геометрически преобразование плоскости, заданное формулой:

а) $z \mapsto z + w$, где w — комплексное число;

б) $z \mapsto kz$, где k — вещественное число;

в) $z \mapsto 2z + 1$;

г) $z \mapsto \bar{z}$;

д) $z \mapsto wz$, где w — комплексное число и $|w| = 1$;

е) $z \mapsto wz$, где w — произвольное комплексное число.

Задача 4. Запишите как функцию комплексной переменной (можно использовать переменную z , комплексные числа и операции сложения, вычитания, умножения, деления, сопряжения)

а) симметрию относительно оси y ;

б) ортогональную проекцию на ось x ;

в) центральную симметрию с центром A ;

г) поворот на угол φ относительно точки A ;

д) гомотетию с коэффициентом k и центром A ;

е) симметрию относительно прямой $y = 3$ со сдвигом на 1 влево;

ж) поворот, переводящий ось x в прямую $y = 2x + 1$;

з) симметрию относительно прямой $y = 2x + 1$.

Задача 5. Пусть карты из задачи 16 листка 19 лежат на комплексной плоскости. Докажите, что найдутся такие $q, b \in \mathbb{C}$, что если $z \in \mathbb{C}$ — любая точка на первой карте, то этой же точкой местности на второй карте будет точка $qz + b$. Выразите с помощью q и b точку, изображающую на картах одну и ту же точку местности.

Задача 6. Куда отображение $z \mapsto z^2$ переводит

а) декартову координатную сетку;

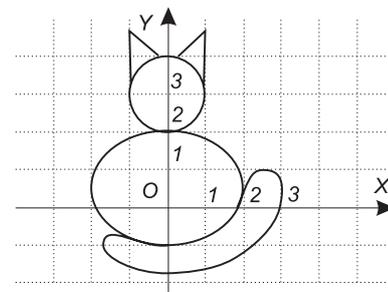
б) полярную координатную сетку;

в) окружность $|z + i| = 1$;

г) кошку (рис. справа)?

д) Те же вопросы для отображения $z \mapsto 1/z$.

е) (*Инверсия*) Те же вопросы для отображения $z \mapsto 1/\bar{z}$.



Задача 7. Куда отображение

а) $z \mapsto 1/z$;

б)* $z \mapsto 0,5(z + 1/z)$

переводит множество $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im}(z) > 0, |z| \leq 1\}$?

Задача 8*. Куда отображение $z \mapsto e^z$ переводит полосу $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 \leq \operatorname{Im}(z) < 2\pi\}$?

1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	6	6	6	6	6	6	7	7	8
а	б	в	а	б	в	а	б	в	г	д	е	а	б	в	г	д	е	ж	з	а	б	в	г	д	е	а	б	

```
<?xml version='1.0'?>
<listok number = '211/2' description='Комплексные числа' type='1' date='09.2015'>
  <problem group='1' type='0'>1а</problem>
  <problem group='1' type='0'>1б</problem>
  <problem group='1' type='0'>1в</problem>
  <problem group='2' type='0'>2а</problem>
  <problem group='2' type='0'>2б</problem>
  <problem group='2' type='0'>2в</problem>
  <problem group='3' type='0'>3а</problem>
  <problem group='3' type='0'>3б</problem>
  <problem group='3' type='0'>3в</problem>
  <problem group='3' type='0'>3г</problem>
  <problem group='3' type='0'>3д</problem>
  <problem group='3' type='0'>3е</problem>
  <problem group='4' type='0'>4а</problem>
  <problem group='4' type='0'>4б</problem>
  <problem group='4' type='0'>4в</problem>
  <problem group='4' type='0'>4г</problem>
  <problem group='4' type='0'>4д</problem>
  <problem group='4' type='0'>4е</problem>
  <problem group='4' type='0'>4ж</problem>
  <problem group='4' type='0'>4з</problem>
  <problem group='5' type='0'>5</problem>
  <problem group='6' type='0'>6а</problem>
  <problem group='6' type='0'>6б</problem>
  <problem group='6' type='0'>6в</problem>
  <problem group='6' type='0'>6г</problem>
  <problem group='6' type='0'>6д</problem>
  <problem group='6' type='0'>6е</problem>
  <problem group='7' type='0'>7а</problem>
  <problem group='7' type='1'>7б</problem>
  <problem group='8' type='1'>8</problem>
</listok>
```