

Система уравнений - это совокупность нескольких уравнений от одной или большего количества переменных. Решить систему уравнений значит найти все значения переменных, которые удовлетворяют данной системе (то есть при подстановке получается верное равенство) или доказать, что решений нет. Две системы уравнений называются *равносильными*, если множества решений этих уравнений совпадают. Основные виды равносильных преобразований такие:

1. Равносильное преобразование любого из уравнений системы.
2. Подстановка из одного уравнения в другое.
3. Алгебраическое сложение.

ЗАДАЧИ

1. Решите следующие системы:

$$\begin{aligned} \text{а)} \begin{cases} x + y = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases} ; \quad \text{б)} \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 5y = 2 \end{cases} ; \quad \text{в)} \begin{cases} 0,3x - 2y = 0,6 \\ 0,4x + 0,8y = 2 \end{cases} ; \\ \text{г)} \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 4,5 \end{cases} ; \quad \text{д)} \begin{cases} \frac{6}{x+y} + \frac{5}{x-y} = 7 \\ \frac{3}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1 \end{cases} ; \quad \text{е)} \begin{cases} \frac{3}{\frac{2x+y}{5} + \frac{x-y}{2}} = 1,9 \\ \frac{5}{x-y} - \frac{2}{2x+y} = 1,15 \end{cases} . \end{aligned}$$

2. Решите системы уравнений:

$$\begin{aligned} \text{а)} \begin{cases} y - x = 1 \\ x + |y| = 1 \end{cases} ; \quad \text{б)} \begin{cases} 3|x| + 2y = 1 \\ 2|x| - y = 3 \end{cases} ; \quad \text{в)} \begin{cases} x + 2|y| = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases} ; \\ \text{г)} \begin{cases} |x + 1| + |y - 2| = 1 \\ y + |x + 1| = 3 \end{cases} . \end{aligned}$$

3. Решите системы уравнений:

$$\begin{aligned} \text{а)} \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 4z = 1 \\ -x + 6y + z = 5 \end{cases} ; \quad \text{б)} \begin{cases} 2x + 3y - z = 6 \\ x - y + 7z = 8 \\ 3x - y + 2z = 7 \end{cases} ; \quad \text{в)} \begin{cases} x + 2y - z = 7 \\ 2x - y + z = 2 \\ 3x - 5y + 2z = -7 \end{cases} . \end{aligned}$$

4. Сколько решений может иметь линейная система из двух уравнений с двумя неизвестными?

5. Решите систему n уравнений с n неизвестными x_1, \dots, x_n :

$$\begin{cases} \frac{x_1}{a_1} = \frac{x_2}{a_2} = \dots = \frac{x_n}{a_n} \\ x_1 + x_2 + \dots + x_n = a. \end{cases}$$

6. Найдите все значения параметра a , при которых система имеет единственное решение.

$$\text{а)} \begin{cases} 3x + 7y = 20 \\ ax + 14y = 15 \end{cases} ; \quad \text{б)} \begin{cases} (a-1)x - y = a \\ (a-3)x + ay = -9 \end{cases} .$$

7. Найдите все значения параметра b , при которых система не имеет решений.

$$\text{а)} \begin{cases} bx - 8y = 12 \\ 2x - 6y = 15 \end{cases} ; \quad \text{б)} \begin{cases} (b+1)x + y = 3 \\ 2x - (b-2)y = 6 \end{cases} .$$

8. Найдите все значения параметра c , при которых система имеет бесконечно много решений.

$$\text{а)} \begin{cases} 15x + cy = 3 \\ 5x + 10y = 1 \end{cases} ; \quad \text{б)} \begin{cases} x - (c-1)y = 2 \\ (c+2)x + 2y = 4 - c^2 \end{cases} .$$