Пусть мы проводим серию экспериментов, в результате которых наблюдаются различные *исходы (элементарные события),* зависящие от случая. Пример — бросание игральной кости, здесь элементарное событие — выпадение одного из чисел $1, 2, \ldots, 6$. Совокупности исходов называют *событиями.* Пример события — выпадение чётного числа очков на игральной кости. Каждому исходу ω сопоставляют число $\mathsf{P}(\omega)$ из отрезка $[0; 1]$, называемое *вероятностью* этого исхода. Сумма вероятностей всех исходов должна равняться 1. Вероятность события A — сумма вероятностей исходов, составляющих событие A (обозначается $\mathsf{P}(A)$).

Задача 1. Симметричную монету бросили 10 раз. Какова вероятность того, что **а)** все 10 раз выпал орёл; **б)** сначала выпало 5 орлов, а затем 5 решек; **в)** выпало 5 орлов и 5 решек (в произвольном порядке)?

Задача 2. В ящике лежат четыре шара, каждый из них белый или чёрный. Надо угадать, сколько каких шаров в ящике. За одну попытку вынимают наугад два шара, смотрят на них и кладут обратно (после чего шары перемешиваются). Сделали 100 попыток, и в 50-и из них вынули два черных шара. Сколько каких шаров в ящике (скорее всего) и почему?

Задача 3. Тест состоит из 10-и вопросов, на каждый есть 4 варианта ответа. Двоечник Вася отвечает «наобум». Какова вероятность того, что он ответит верно **а)** на все вопросы; **б)** ровно на 5 вопросов; **в)** не менее, чем на 5 вопросов?

Задача 4. В году проводят много тестов, аналогичных тесту из задачи 3. Если Васе удаётся списать ответ на вопрос у отличника Пети, он отвечает на вопрос верно, иначе отвечает наугад. В конце года оказалось, что Вася ответил верно на половину всех вопросов. Какую часть вопросов (скорее всего) Вася списал?

Задача 5. В олимпиаде по кубковой системе участвуют 2^n спортсменов разной силы. Более сильный всегда побеждает более слабого. С какой вероятностью в финале встретятся двое сильнейших? Варианты жеребьёвки равновероятны.

Задача 6. В Китае ввели закон, имеющий целью уменьшить прирост населения и минимально повлиять на традиции. Если в семье первый ребёнок — мальчик (наследник), семье не разрешается больше иметь детей. Если же первый ребёнок — девочка, можно завести еще одного ребёнка. Повлияет ли выполнение закона на соотношение численностей мужского и женского населения в Китае? (При каждом рождении вероятность рождения мальчика считаем равной $1/2$.)

Задача 7. В некой игре ведущий предложил игроку угадать, за какой из трёх закрытых дверей находится автомобиль. Игрок наугад выбрал дверь. После этого ведущий (зная, где находится автомобиль) открыл одну из двух других дверей, за которой не было автомобиля. Далее ведущий предложил игроку либо изменить своё решение и выбрать другую закрытую дверь, либо настаивать на первоначально выбранной двери. Как лучше поступить игроку?

Задача 8. Пусть вероятность попасть под машину, переходя улицу в неположенном месте, равна 0,01. Какова вероятность остаться целым, сто раз перейдя улицу в неположенном месте? Вычислите её поточнее (см. задачу 21 листка 15).

Задача 9. Коля выучил 3 билета из 30. На экзамене все билеты лежат на столе, студенты по очереди тянут билеты, вытянутые билеты убирают со стола. Каким по счёту выгоднее тянуть билет Коле?

Задача 10. Какое наименьшее число учеников должно быть в классе, чтобы вероятность совпадения дней рождения у двух учеников была больше $1/2$? (Разрешается посчитать на компьютере.)

Задача 11. Дайте определение условной вероятности $\mathsf{P}(A \mid B)$ события A при условии, что событие B произошло.

Задача 12. Какова вероятность того, что в семье два мальчика, если один из детей — мальчик?

Задача 13. Вероятность попадания в цель при отдельном выстреле равна $0,2$. Какова вероятность поразить цель, если в 2% случаев выстрел не происходит из-за осечки?

Определение 1. События A и B называются *независимыми,* если $\mathsf{P}(A \mid B) = \mathsf{P}(A)$.

Задача 14. Из колоды в 52 карты выбирается наудачу одна карта. Независимы ли события
а) «выбрать вальта» и «выбрать пику»; **б)** «выбрать вальта» и «не выбрать даму»?

Задача 15. Пусть A и B независимы. **а)** Верно ли, что $\mathsf{P}(B \mid A) = \mathsf{P}(B)$? **б)** Выразите $\mathsf{P}(A$ и $B)$ через $\mathsf{P}(A)$ и $\mathsf{P}(B)$. **в)** Верно ли, что независимы события A и «не B»? **г)** Тот же вопрос про события «не A» и «не B».

Задача 16. Из 100 симметричных монет одна фальшивая (с двумя орлами). Выбрали случайно монету, бросили 5 раз: выпали все орлы. С какой вероятностью, если её бросить ещё 10 раз, снова выпадут все орлы?

Задача 17. (*О вреде подхалимства.*) В жюри из трех человек вердикт выносят большинством голосов. Председатель и второй член жюри принимают верное решение независимо с вероятностями $0,7$ и $0,9$, а третий для этого бросает монету. Как изменится у жюри вероятность вынести верное решение, если третий начнет копировать решение председателя?

Задача 18. Отец обещал сыну приз, если тот выиграет подряд хотя бы две теннисные партии против него и чемпиона по одной из схем: отец-чемпион-отец или чемпион-отец-чемпион. Чемпион играет лучше отца. Какую схему выбрать сыну?

Задача 19. Два охотника одновременно выстрелили одинаковыми пулями в медведя. Медведь был убит одной пулей. Как поделить охотникам шкуру, если вероятность попадания у первого — 0,3, а у второго — 0,6?

Задача 20. Даны 10 чёрных и 10 белых шаров. Вы распределяете их все по двум урнам, после чего вам предложат выбрать случайный шар из случайной урны. Как действовать, чтобы максимально увеличить шансы вынуть белый шар?

Задача 21. Юра ежедневно в случайное время между 16 и 18 ч едет ужинать к матери или невесте, которые живут по той же линии метро, но в разных концах. Юра садится в первый пришедший поезд (в любом направлении). Он считает, что его шансы ужинать с матерью или невестой равны, но за 20 дней был у матери лишь дважды. Как это могло быть?

Задача 22. (*Сумасшедшая старушка.*) Каждый из n пассажиров купил по билету на n-местный самолет. Первой зашла сумасшедшая старушка и села на случайное место. Далее, каждый вновь вошедший занимает свое место, если оно свободно; иначе занимает случайное. Какова вероятность того, что последний пассажир займет свое место?

1 а	1 б	1 в	2	3 а	3 б	3 в	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14 а	14 б	15 а	15 б	15 в	15 г	16	17	18	19	20	21	22