

1. График функции $f(x)$ изображён на рис. 1. Нарисуйте графики функций:

- а) $2f(x)$; б) $f(2x)$; в) $f(x+2)$; г) $f(x)+2$; д) $f(-x)$; е) $f(|x|)$;
 ж) $1-2f(x)$; з) $f\left(\frac{x-3}{2}\right)$; и) $f\left(\frac{1}{2}x-3\right)$; к) $\frac{1}{f(x)}$; л) $f\left(\frac{1}{x}\right)$;
 м) $\sqrt{f(x)}$.

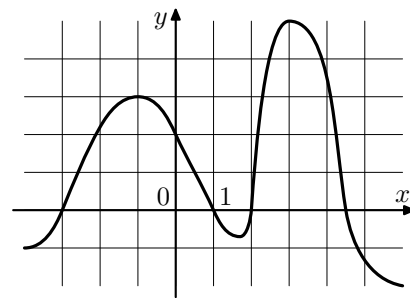


Рис. 1. График $y = f(x)$

2. Постройте графики: а) x^2 ; б) $3-2(x-5)^2$; в) $\frac{1}{x}$; г) $1-\frac{2}{x+1}$; д) $\frac{x+1}{x-1}$; е) $\frac{2x+3}{2-3x}$.

3. Выразите функцию g через функцию f , если известно, что график g получается из графика f

- а) параллельным переносом на вектор $(3, 5)$;
 б) сжатием в 2 раза к оси OY ;
 в) симметрией относительно оси OX ;
 г) симметрией относительно прямой $x = 3$;
 д) растяжением в 3 раза от прямой $y = -1$;
 е) центральной симметрией относительно начала координат;
 ж) гомотетией с коэффициентом 2 относительно начала координат;

4. Постройте графики: а) $\sin(1/x)$; б) $x \sin(1/x)$; в) $\cos^2 x$; г) $\sqrt{\cos x}$.

Определение 1. Функция f определена на множестве $A \subseteq \mathbb{R}$ и принимает значения в множестве $B \subseteq \mathbb{R}$. Если найдётся функция g , которая определена на множестве B , принимает значения в множестве A и $g(f(x)) = x$ для всех $x \in A$, $f(g(y)) = y$ для всех $y \in B$, то g называют *обратной* к функции f . Обозначение: $g = f^{-1}$.

5. Докажите, что графики $y = f(x)$ и $y = f^{-1}(x)$ симметричны относительно прямой $y = x$.

6. Найдите обратную к функции

- а) $2x+3$; б) x^3 ; в) $1/x$; г) x^3+1 ; д) $x/(1+x)$; е) $\sqrt{1-x^2}$, $x \geq 0$.

7. Дан график а) $y = x^2$; б) $y = 1/x$; оси координат стёрты. Как восстановить их циркулем и линейкой?

8. Найдётся ли функция, у которой а) график пересекается с любым кругом на плоскости;

б) множество значений на каждом отрезке является множеством всех действительных чисел?

9. Нарисуйте кривые:

- а) $xy = 1$; б) $x^2 = y^2$; в) $x^2 + y^2 = 1$; г) $x^2y - xy^2 = x - y$; д) $x^2 - y^2 = 1$; е) $4x^2 + 9y^2 = 36$;
 ж) $16x^2 - 25y^2 = 400$.

10. Нарисуйте кривые:

- а) $y^2 = x^3$; б) $y = 1 + x^3$; в) $y^2 = 1 + x^3$; г) $y^2 = x + x^3$; д) $y^2 = x^2 + x^3$.

11. Кривая на рис. задана уравнением $\Phi(x, y) = 0$. Нарисуйте кривые: а) $\Phi(x+2, y-1) = 0$; б) $\Phi(y, x) = 0$;

- в) $\Phi(-x, -y) = 0$; г) $\Phi(2x, y) = 0$; д) $\Phi\left(\frac{x}{2}, 2y\right) = 0$; е) $\Phi(|y|, x) = 0$; ж) $\Phi(x+y, x-y) = 0$.

12. Задайте уравнением кривую, получающуюся из кривой $\Phi(x, y) = 0$ а) сдвигом на вектор $(-2, 3)$;

- б) растяжением в 2 раза от оси OX ; в) симметрией относительно OY ; г) симметрией относительно прямой $y = 2$; д) центральной симметрией относительно начала координат; е) гомотетией с коэффициентом 2 относительно начала координат; ж) поворотом на 45° вокруг точки O ; з) сжатием в 3 раза к прямой $x = 1$; и) гомотетией с коэффициентом $-1/3$ относительно точки $(1, -1)$.

13*. Найдите уравнение, задающее а) гиперболу $y = 1/x$, сдвинутую и повернутую так, что её центр находится в точке $(-5, 2)$, а асимптоты составляют углы в 45° с OX ; б) параболу $y = x^2$, сдвинутую и повернутую так, что её вершина находится в точке $(-1, -1)$, а ось идёт под углом 45° к OX .