

1. В арифметической прогрессии $a_1 = -85$, a_{19} — её первый положительный член. Какие значения может принимать разность прогрессии?
2. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 12. Найдите наибольшее значение произведения этих чисел.
3. Докажите, что последовательность, сумма n первых членов которой задаётся формулой $S_n = 3^n - 1$, является геометрической прогрессией.
4. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если среднее из них уменьшить на 40%, то получится геометрическая прогрессия, сумма которой равна 39. Найдите эти числа.
5. Сумма пятого и девятого членов геометрической прогрессии равна 7. Найдите сумму их квадратов, если произведение шестого и восьмого членов этой прогрессии равно 12.
6. В арифметической прогрессии пятый член равен 2. При каком значении разности прогрессии сумма всевозможных попарных произведений четвертого, седьмого и восьмого членов прогрессии будет наименьшей?
7. Найдите шестой и десятый члены возрастающей геометрической прогрессии, если их сумма равна 16, а произведение четырнадцатого и второго членов этой прогрессии равно 60.
8. Отношение суммы первых трёх членов возрастающей арифметической прогрессии к сумме её последующих семи членов равно $7 : 3$. Найдите разность прогрессии, если известно, что у нее имеются два соседних члена, произведение которых равно числу $-\frac{7}{4}$.
9. Геометрическая прогрессия с отрицательной суммой состоит из четырёх членов. Выбросив из неё второй член, мы получим возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель исходной геометрической прогрессии.
10. Найдите всевозможные значения a , при которых числа $2\sqrt{2a}$, -8 , $3\sqrt{8a}$ являются, в некотором порядке, последовательными членами арифметической прогрессии.
11. Три числа, сумма которых равна 12, образуют арифметическую прогрессию. Если второе оставить без изменения, а первое и третье увеличить на один, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.
12. Могут ли числа 1 , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ быть членами (не обязательно последовательными) одной арифметической прогрессии?
13. Могут ли цифры простого трехзначного числа образовывать арифметическую прогрессию?
14. Найдите все состоящие из простых чисел арифметические прогрессии с разностью 10.
15. Известно, что первый, десятый и сотый члены геометрической прогрессии являются натуральными числами. Верно ли, что 99-й член прогрессии также является натуральным числом?
16. Сумма модулей членов конечной арифметической прогрессии равна 100. Если все её члены увеличить на 1, то сумма модулей членов полученной прогрессии, будет также равна 100. Какие значения может принимать величина n^2d , где d — разность прогрессии, а n — число её членов?
17. В арифметической прогрессии $a_{20} = 30$ и $a_{30} = 20$. Найдите a_{50} .
18. Обозначим через S_n сумму первых n членов непостоянной арифметической прогрессии. Найдите все прогрессии, для которых при всех $n, k \in \mathbb{N}$ выполняется равенство $S_n \cdot S_k = S_{nk}$.
19. Найдите все возрастающие конечные арифметические прогрессии, которые состоят из простых чисел и у которых количество членов больше, чем разность прогрессии.
20. Сколько членов геометрической прогрессии нужно сложить, чтобы получить сумму 3069, при условии, что $u_1 + u_5 = 51$, а $u_2 + u_6 = 102$?
21. При делении девятого члена арифметической прогрессии, состоящей из целых чисел, на второй ее член в частном получается 5, а при делении тринадцатого члена этой прогрессии на ее шестой член в частном получается 2 и в остатке 5. Найдите сумму 20 членов этой прогрессии.
22. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 4, а сумма кубов ее членов равна 192. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.
23. Найдите четыре числа, первые три из которых образуют арифметическую прогрессию, а последние три — геометрическую, сумма крайних чисел равна 66, а сумма средних — 60.
24. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 91. Если к этим членам прибавить соответственно 25, 27 и 1, то получатся три числа, образующие арифметическую прогрессию. Найдите седьмой член геометрической прогрессии.

- 25.** Найдите четырехзначное число, первые три цифры которого образуют возрастающую арифметическую прогрессию, если известно, что оно делится на 225.
- 26.** Найдите число членов арифметической прогрессии, у которой отношение суммы первых 13 членов к сумме последних 13 членов равно $\frac{1}{2}$, а отношение суммы всех членов без первых трех к сумме членов без последних трех равно $\frac{4}{3}$.
- 27.** Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна $\frac{16}{3}$. Прогрессия содержит член, равный $\frac{1}{6}$. Отношение суммы всех членов прогрессии, предшествующих члену, равному $\frac{1}{6}$, к сумме членов, следующих за ним, равно 30. Определите номер члена, равного $\frac{1}{6}$.