

1. Найдите все значения a , при которых множество решений неравенства

$$\frac{a}{x-a} > 0$$

содержит точку $x = 1$.

2. При каком наименьшем положительном значении b функция

$$y = \sin\left(20x + \frac{b\pi}{150}\right)$$

имеет минимум в точке $x = \frac{\pi}{2}$?

3. При каких значениях b уравнение

$$b^4x + b^2 + (2 + \sqrt{2})b + 2\sqrt{2} = b^2(2 + \sqrt{2}) + 4x$$

имеет бесконечно много корней?

4. Найдите все значения a , при которых неравенство $\log_a(x^2 + 2) > 1$ выполняется для всех значений x .

5. Известно, что $x = 1$, $y = -1$ — одно из решений системы

$$\begin{cases} 2ax + by = \sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\frac{1111\pi}{6}\right), \\ ax^2 + by^2 = 2. \end{cases}$$

Найдите все решения данной системы.

6. Найдите все значения a , при которых уравнение $ax^2 + (a+1)x + 1 = 0$ имеет единственное решение.

7. Для каждого значения c решите уравнение $4^x + c \cdot 25^x = 3 \cdot 10^x$.

8. Для каждого значения $b \leq 0$ решите неравенство (относительно x)

$$\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \geq b.$$

9. Для любого допустимого значения a решите неравенство

$$\log_{2a}(\log_3 x^2) > 1$$

и найдите, при каком значении a множество точек x , не являющихся решением неравенства, представляет собой промежуток, длина которого равна 6?

10. Для каждого значения c решите неравенство $\sqrt{c^2 - x^2} \geq 2 - c$.

11. Для каждого значения a решите неравенство $a - 2 < (a - 1)\sqrt{x + 1}$.

12. Для каких значений p отношение суммы коэффициентов многочлена $(px^2 - 7)^{18}$ к его свободному члену минимально?

13. Для каждого допустимого значения b решите неравенство $\sqrt{7 + \log_b x^2} + (\log_b |x|)(1 + 2\log_x b) > 0$.

14. Для каждого значения a решите уравнение $\sqrt{|x| + 1} - \sqrt{|x|} = a$.

15. Для каждого значения a решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{9}}(x^2 - 6x - a^2 - 5a + 12) < -1$$

и найдите, при каких значениях a множество чисел, не являющихся решениями этого неравенства, представляет собой отрезок числовой оси, длина которого меньше $2\sqrt{3}$.

16. При каждом значении a решите уравнение

$$2^{\frac{ax+3}{x^2+3}} + 2^{\frac{4x^2-ax+9}{x^2+3}} = 10.$$

17. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\log_{a-6,5}(x^2 + 1) = \log_{a-6,5}((a-5)x)$$

имеет два различных решения.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{(x^3 - 1)(x^2 - 16)}{\lg(15a - x) - \lg(x - a)} = 0.$$

имеет единственное решение.

19. При каких значениях p уравнение

$$4(x - \sqrt{p \cdot 7^p})x + p + 7(7^p - 1) = 0$$

имеет корни и каковы знаки корней при различных значениях p ?

20. При каких значениях b уравнение $25^x - (2b + 5)5^{x-1/x} + 10b \cdot 5^{-2/x} = 0$ имеет ровно два решения?

21. Найдите все значения a , при которых множество решений неравенства

$$x(x - 2) \leq (a + 1)(|x - 1| - 1)$$

содержит все члены некоторой бесконечно убывающей геометрической прогрессии с первым членом, равным 1, 7, и положительным знаменателем.

22. Найдите все значения a , при которых неравенство $x^2 + a \leq 0$ имеет решение и все его решения удовлетворяют неравенству $(x + 2a)\sqrt{3 - x} \leq 0$.

23. Найдите все значения p , при каждом из которых множество решений неравенства

$$(p - x^2)(p + x - 2) < 0$$

не содержит ни одного решения неравенства $x^2 \leq 1$.

24. Пусть $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 3$, $g(x) = \sqrt{x} - a$. При каждом a решите неравенство $f(g(x)) \leq 0$.

25. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + a(y + 1) = 2a, \\ x^3 + a(2y^3 + 1) = ay^3 + 2a. \end{cases}$$

разрешима и имеет не более двух решений.

26. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\log_{a+1} x + \log_x(19 - 8a) = 2$ имеет по крайней мере два корня и при этом произведение всех его корней не менее 0,01.

27. Найдите все пары a и b , при которых найдутся два различных корня уравнения

$$x^3 - 5x^2 + 7x = a,$$

которые будут также корнями уравнения

$$x^3 - 8x + b = 0.$$

28. Из трёх значений a : $-1, 2$; $-0, 67$; $-0, 66$ найдите все те значения, при каждом из которых уравнение

$$(2^{a+4} + 15(x + a)) \left(1 + 2 \cos \left(\pi \left(a + \frac{x}{2} \right) \right) \right) = 0$$

имеет хотя бы одно решение, удовлетворяющее условию $0 \leq x \leq 1$.

29. Найдите все a , при каждом из которых уравнения $(2a - 1)x^2 + 6ax + 1 = 0$ и $ax^2 - x + 1 = 0$ имеют общий корень.

30. Считая известным, что при любом $a > 0$ уравнение

$$2x^3 + x^2 - x - a - 1 = 0$$

имеет единственный положительный корень x_0 (зависящий от a), найдите все $a > 0$ при которых выполнено неравенство

$$12x_0^3 - 7x_0 > 6a + 1.$$